

Somme de fonctions dérivées

Ex1

Déterminer la dérivée de chaque fonction polynôme définie sur $\mathbb{R}$.

a) $f(x) = x^2 + 3x - 2$ b) $g(x) = 2x^3 - 3x^2 + x + 1$

c) $h(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 + 7x + 5$

Ex2

Déterminer la dérivée de chacune des fonctions.

a) f est définie sur $] -\infty ; 0[\cup] 0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2x^3 + \frac{1}{x} - 5$$

b) g est définie sur $] 0 ; +\infty[$ par :

$$g(x) = t - 2\sqrt{t} + 4$$

Ex3

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 2$$

$\mathcal{C}$ est la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.

1. a) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 2.

b) Tracer la courbe $\mathcal{C}$ et la tangente T à l'écran de la calculatrice et conjecturer la position de la courbe $\mathcal{C}$ par rapport à T .

2. a) Démontrer que pour tout nombre réel x :

$$f(x) - (5x - 6) = 2(x - 2)^2$$

b) Démontrer la conjecture énoncée à la question 1. b).

Autres opérations sur les fonctions dérivables

Ex4 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x^2 + 5)(3x - 1)$$

f est le produit des fonctions $u : x \mapsto x^2 + 5$ et $v : x \mapsto 3x - 1$.

a) Déterminer la dérivée de chacune des fonctions u et v .

b) En déduire la dérivée de la fonction f .

Ex5 Déterminer la dérivée de chaque fonction définie sur $\mathbb{R}$.

a) $f(x) = (x + 1)(x^2 + x + 2)$

b) $g(t) = (t^3 - t)(2t - 1)$

Ex6 f est la fonction définie sur $] 0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = x\sqrt{x}$$

Démontrer que pour tout nombre réel x de $] 0 ; +\infty[$:

$$f'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x}$$

Ex7 g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = (5x + 7)^2$$

Pour tout nombre réel x , on écrit $g(x) = (u(x))^2$ avec $u(x) = 5x + 7$.

a) Déterminer la dérivée de la fonction u .

b) En déduire la dérivée de la fonction g .

Ex8 Déterminer la dérivée de chaque fonction définie sur $\mathbb{R}$.

a) $f(x) = (-3x + 5)^2$ b) $g(x) = \left(x^2 + 4x - \frac{1}{2}\right)^2$

Ex9 g est la fonction définie sur $\left]-\infty ; \frac{1}{5}\right[\cup \left]\frac{1}{5} ; +\infty\right[$ par $g(x) = \frac{1}{5x - 1}$.

Pour tout nombre réel $x \neq \frac{1}{5}$, on écrit $g(x) = \frac{1}{v(x)}$ avec $v(x) = 5x - 1$.

a) Déterminer la dérivée de la fonction v .

b) En déduire la dérivée de la fonction g .

Ex10 Déterminer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = \frac{1}{t^2 + t + 1}$.

Ex11 f est la fonction définie sur $\left]-\infty ; \frac{1}{2}\right[\cup \left]\frac{1}{2} ; +\infty\right[$ par $f(x) = \frac{2x - 1}{3} + \frac{3}{2x - 1}$.

Utiliser le fait que $f(x) = \frac{1}{3}(2x - 1) + 3 \times \frac{1}{2x - 1}$ pour déterminer la dérivée de la fonction f .

Ex12 g est la fonction définie sur $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{4}\right\}$ par :

$$g(x) = \frac{7x + 5}{4x - 1}$$

g est le quotient des fonctions $u : x \mapsto 7x + 5$ et $v : x \mapsto 4x - 1$.

a) Déterminer les dérivées des fonctions u et v .

b) En déduire la dérivée de la fonction g .

Ex13 Déterminer la dérivée de la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$.

Ex14 f est la fonction définie sur $\left[-\frac{4}{3} ; +\infty\right[$ par :

$$f(x) = \sqrt{3x + 4}$$

Pour tout nombre réel $x \geq -\frac{4}{3}$, $f(x) = g(3x + 4)$.

a) Préciser la fonction g , son intervalle de dérivabilité et sa dérivée.

b) En déduire l'intervalle de dérivabilité de f et sa dérivée.